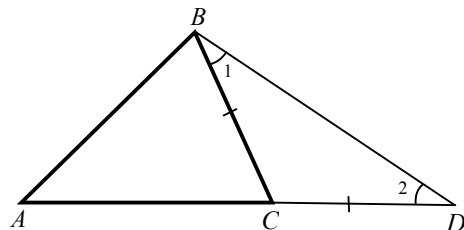


### Теорема о соотношении между сторонами треугольника (неравенство треугольника)

**Теорема.** Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.



**Дано:**  $\triangle ABC$ .

**Доказать:**  $AB < AC + CB$   
 $(AC < AB + BC,$   
 $BC < AB + AC).$

#### Доказательство

Отложим на продолжении стороны  $AC$  отрезок  $CD = CB$ .

Рассмотрим  $\triangle BCD$ . Так как  $CD = CB$  по построению, то  $\triangle BCD$  – равнобедренный. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны, поэтому  $\angle 1 = \angle 2$ .

Рассмотрим  $\triangle ABD$ . В нем  $\angle 1 < \angle ABD$ , а так как  $\angle 1 = \angle 2$ , то  $\angle 2 < \angle ABD$ . В треугольнике против меньшего угла лежит меньшая сторона, поэтому  $AB < AD$ .

$AD = AC + CD$ , а так как  $CD = CB$ , то  $AD = AC + CB$ . Следовательно,  $AB < AC + CB$ .

Аналогично доказывается, что  $AC < AB + BC$ ,  $BC < AB + AC$ .

**Итак**, каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.

**Ч.т.д.**

**Следствие.** Для любых трех точек  $A$ ,  $B$  и  $C$ , не лежащих на одной прямой, справедливы неравенства:

$$\begin{aligned} AB &< AC + CB, \\ AC &< AB + BC, \\ BC &< AB + AC. \end{aligned}$$

Каждое из этих неравенств называется **неравенством треугольника**.

Если все точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  различны и лежат на одной прямой, то одна из них лежит между двумя другими. В этих случаях выполняются равенства:

$$\begin{aligned} AB &= AC + CB, \\ AC &= AB + BC, \\ BC &= AB + AC. \end{aligned}$$

Следовательно, каковы бы ни были три точки, расстояние между двумя из этих точек не больше (меньше или равно) суммы расстояний от них до третьей точки, то есть

$$\begin{aligned} AB &\leq AC + CB, \\ AC &\leq AB + BC, \\ BC &\leq AB + AC. \end{aligned}$$